

答えはすべて解答用紙に書きなさい。

I 次の□にあてはまる数を答えなさい。イは色を答えなさい。

(1) $(7\frac{64}{91} \times \square{\text{ア}} - 0.7 - \frac{5}{13}) \times 11 + 76\frac{11}{13} = 85\frac{5}{7}$

$$84\frac{12}{7} - 76\frac{11}{13} = 8\frac{79}{91} = \frac{807}{91}$$

$$\frac{807}{91 \times 11} + \frac{5}{13} = \frac{807 \times 13 + 91 \times 11 \times 5}{91 \times 11 \times 13} = \frac{15496}{91 \times 11 \times 13} = \frac{1192}{91 \times 11}$$

$$\frac{11920 + 91 \times 11 \times 7}{91 \times 11 \times 10} = \frac{18927}{91 \times 11 \times 10} = \frac{18927}{91 \times 11 \times 10} \times \frac{91}{91} = \frac{27}{110}$$

(2) 2021年のカレンダーの日付を1月1日から順に、青、黄、黒、緑、赤、青、黄、黒...と5色の○で囲んでいきます。

① 10月1日を囲んだ○の色は□イ色です。

② 4月の日付のうち黒色の○で囲まれた日付の数字を全部足すと□ウになります。

③ $4/1 = 3/32 = 2/60 = 1/91$ $91 \div 5 = 18 \dots 1 \Rightarrow$ 青 $3 + 8 + 13 + 18 + 23 + 28 = 93$

(3) 整数Xの約数のうち1以外の約数の個数を【X】, 1以外の約数をすべて足したものを<X>と表すことにします。

たとえば、2021の約数は、1, 43, 47, 2021なので【2021】=3, <2021>=2111です。

① <A>÷【A】が整数にならない2けたの整数Aのうち、最大のものは□エです。

② 【B】=2, =1406のとき、B=□オです。

③ 2を10回かけた数をCとするとき【C】=□カです。

④ 60以下の整数のうち【D】=3となる整数Dは全部で□キ個あります。

① $99 = 3 \times 3 \times 11 \Rightarrow \{(1+3+9) \times (1+11) - 1\} \div (3 \times 2 - 1) = 31$
 $98 = 2 \times 7 \times 7 \Rightarrow \{(1+2) \times (1+7+49) - 1\} \div (2 \times 3 - 1) = 34$
 $97 = 1 \times 97 \Rightarrow 97 \div 1 = 97$
 $96 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \Rightarrow \{(1+2+4+8+16+32) \times (1+3) - 1\} \div (6 \times 2 - 1) = \text{整数にならない} \Rightarrow 96$

② 約数が3個 \Rightarrow 同じ素数の積

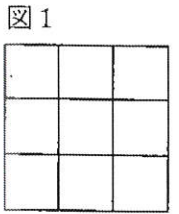
$b + b \times b = b \times (1+b) = 1406$ $b = 37$ $b \times b = 1369$

③ $2 \times 2 \times \dots \times 2 \Rightarrow$ 約数は11個 $\Rightarrow 10$

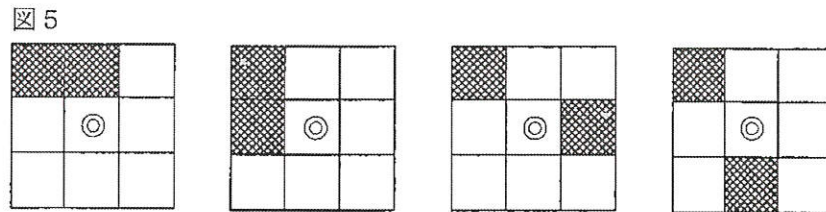
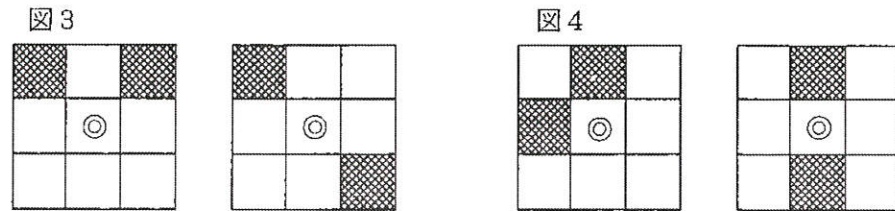
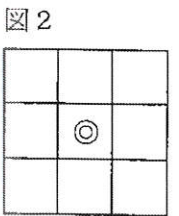
④ 約数が4個

2×3	3×5	5×7	$2 \times 2 \times 2$	○ 19
$\times 5$	$\times 7$	$\times 11$	$3 \times 3 \times 3$	
$\times 7$	$\times 11$			
$\times 11$	$\times 13$			
$\times 13$	$\times 17$			
$\times 17$	$\times 19$			
$\times 19$				
$\times 23$				
$\times 29$				

II 同じ大きさの白と黒の正方形の板がたくさんあります。図1のように白い板を9枚すきまなく並べて大きな正方形を作り、図2のように中央の板に◎をかきます。次に◎以外の8枚のうち何枚かを黒い板と取りかえます。このとき、大きな正方形の模様が何通り作れるかを考えます。ただし、回転させて同じになるものは同じ模様とみなします。



たとえば、2枚取りかえたときは図3のように四すみの2枚を取りかえる2通り、図4のように四すみ以外の2枚を取りかえる2通り、図5のように四すみから1枚、四すみ以外から1枚取りかえる4通りの計8通りになります。



下の□にあてはまる数を答えなさい。

- (1) 大きな正方形の模様は、9枚のうち◎以外の8枚の白い板を1枚も取りかえないときは1通り、1枚取りかえたときは□ア通り、3枚取りかえたときは□イ通り、4枚取りかえたときは□ウ通りになります。
- (2) 同じように5枚、6枚、...と取りかえるときも考えます。図2の場合もふくめると大きな正方形の模様は全部で□エ通りになります。

① イ $1 + 4 + 2 + 3 + 2 + 1 + 1 = 14$ 通り

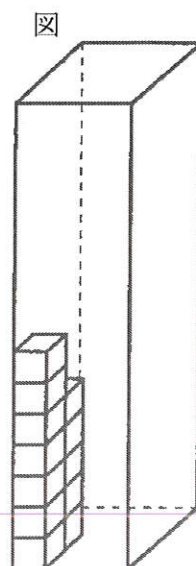
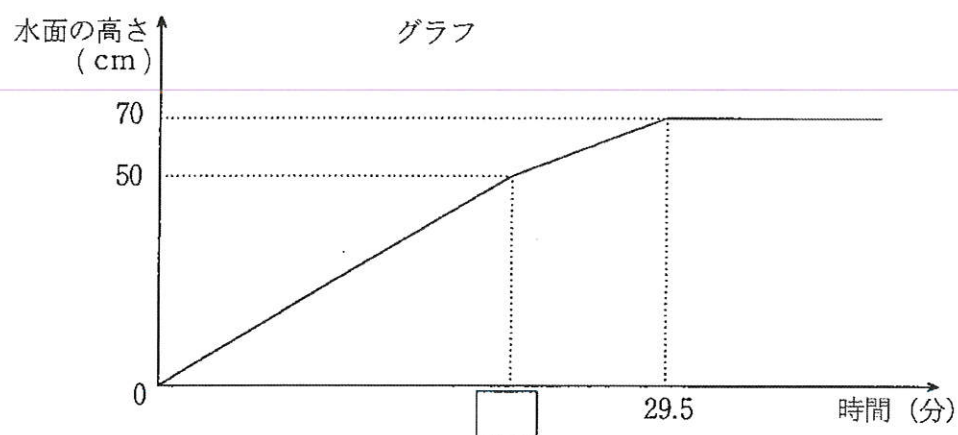
ウ $1 + 4 + 10 + 4 + 1 = 20$ 通り

② $1 + 2 + 8 + 14 + 20 + 14 + 8 + 2 + 1 = 70$ 通り

Ⅲ 底面が1辺35 cmの正方形で、高さが150 cmの直方体の容器の中に1辺10 cmの立方体12個を下から何個かずつ積みます。立方体を積むときは、図のように上と下の立方体の面と面、同じ段でとなり合う立方体の面と面をそれぞれぴったり重ね、すきまなく、横にはみ出さないようにします。積んだあと、この容器に一定の速さで水を入れていきます。立方体は水を入れても動きません。積んだ立方体の一番上の面まで水が入ると水は止まります。下の表は右の図の場合の立方体の積み方を表していて、このとき水を入れはじめてからの時間と水面の高さの関係は下のグラフのようになりました。

表

1段目	2段目	3段目	4段目	5段目	6段目	7段目	8段目
2	2	2	2	2	1	1	0



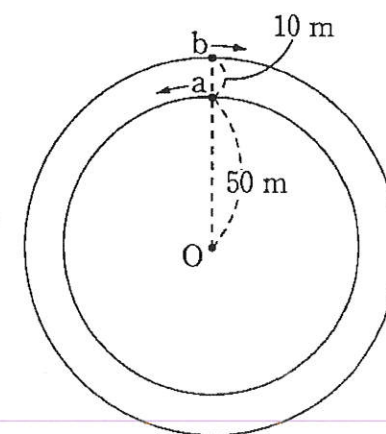
- (1) 毎分何 cm^3 の水を入れていきますか。
- (2) グラフの にあてはまる数を求めなさい。
- (3) 立方体の積み方を変えてもっとも短い時間で水が止まるようにします。そのときにかかる時間は何分ですか。また、その場合の立方体の積み方をすべてかきなさい。解答らんは全部使うとは限りません。
- (4) 水が止まるまでの時間が19.7分になる場合の立方体の積み方のうち、1段目の個数が多いほうから4番目のものをすべてかきなさい。解答らんは全部使うとは限りません。

$$\begin{aligned} \text{①} & (35 \times 35 \times 70 - 10 \times 10 \times 10 \times 12) \div 29.5 = 2500 \text{ cm}^3/\text{分} \\ \text{②} & (35 \times 35 \times 50 - 10 \times 10 \times 10 \times 10) \div 2500 = 20.5 \text{ 分} \\ \text{④} & (2500 \times 19.7 + 10 \times 10 \times 10 \times 12) \div (35 \times 35) = 61250 \div 1225 \\ & = 50 \text{ cm} \Rightarrow 5 \text{ 段} \\ & \text{1段目の個数が9だと作れない} \rightarrow 8, 7, 6, 5 \quad (5, 4, 1, 1, 1) \quad (5, 3, 2, 1, 1) \quad (5, 2, 2, 2, 1) \end{aligned}$$

Ⅳ 円周率は、3.14を使って計算することが多いです。しかし、本当は3.14159265...とどこまでも続いて終わりのない数です。この問題では、円周率を3.1として計算してください。

図のように点Oを中心とした半径の異なる2つの円の周上に道があります。Aさんは内側の道を地点aから反時計回りに、Bさんは外側の道を地点bから時計回りに、どちらも分速50 mの速さで同時に進みはじめます。AさんとBさんのいる位置を結ぶ直線が点Oを通るとき、ベルが鳴ります。ただし、出発のときはベルは鳴りません。

- (1) AさんとBさんが道を1周するのにかかる時間はそれぞれ何分ですか。
- (2) 1回目と2回目にベルが鳴るのは、それぞれ出発してから何分後ですか。
- (3) 出発してから何分かたったあと、2人とも歩く速さを分速70 mに同時に変えたところ、5回目にベルが鳴るのは速さを変えなかったときと比べて1分早くなりました。速さを変えたのは、出発してから何分後ですか。



(解答用紙)

I	ア	$\frac{27}{110}$	イ	緑	ウ	93
	エ	96	オ	1369	カ	10
	キ	19				

II	ア	2	イ	14	ウ	20	エ	70
----	---	---	---	----	---	----	---	----

III (1)式 $(35 \times 35 \times 70 - 10 \times 10 \times 10 \times 12) \div 29.5$
 $= (85750 - 12000) \div 29.5$
 $= 2500 \text{ cm}^3$ 答 2500 cm^3

(2)式 $(35 \times 35 \times 50 - 10 \times 10 \times 10 \times 10) \div 2500$
 $= (61250 - 10000) \div 2500$
 $= 20.5 \frac{1}{4}$ 答 20.5

(3)式 1段で最大に9が入る \Rightarrow 2段
 $(9, 3), (8, 4), (7, 5), (6, 6)$
 $(35 \times 35 \times 20 - 10 \times 10 \times 10 \times 12) \div 2500$
 $= 5 \frac{1}{4}$ 答 かかる時間 5 分

(積み方)

1段目	2段目	3段目	4段目	5段目	6段目	7段目	8段目
9	3	0	0	0	0	0	0
8	4	0	0	0	0	0	0
7	5	0	0	0	0	0	0
6	6	0	0	0	0	0	0

(4) (積み方)

1段目	2段目	3段目	4段目	5段目	6段目	7段目	8段目
5	4	1	1	1	0	0	0
5	3	2	1	1	0	0	0
5	2	2	2	1	0	0	0

IV (1)式 A... $100 \times 31 \div 50 = 6.2 \text{分}$
 B... $120 \times 3.1 \div 50 = 7.44 \text{分}$
 答 Aさん 6.2 分 Bさん 7.44 分

(2)式 1回目... あわせ2半周
 $Aは \frac{1}{2} \times \frac{6}{5+6} = \frac{3}{11} \text{周}$
 $\frac{62}{10} \times \frac{3}{11} = \frac{93}{55} = 1 \frac{38}{55} \text{分}$
 2回目... $\frac{93}{55} \times \frac{2}{1} = \frac{186}{55} = 3 \frac{21}{55} \text{分}$

答 1回目 $1 \frac{38}{55}$ 分後 2回目 $3 \frac{21}{55}$ 分後

(3)式
 ① $50:70 = 5:7$
 ② $①:② = 1 \frac{1}{5}$
 予定の ① = 3.5分前
 $\frac{93}{55} \times \frac{5}{1} - 3 \frac{1}{2} = 8 \frac{5}{11} - 3 \frac{1}{2} = 7 \frac{32}{22} - 3 \frac{11}{22} = 4 \frac{21}{22} \text{分}$

答 $4 \frac{21}{22}$ 分後